

COMPARACIÓN DE TRES MÉTODOS ESTADÍSTICOS PARA DETECCIÓN Y MONITOREO DE SEQUÍAS METEOROLÓGICAS

COMPARISON OF THREE STATISTICAL METHODS FOR DETECTION AND MONITORING OF METEOROLOGICAL DROUGHT

Daniel F. Campos-Aranda

Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí. Genaro Codina # 240.
78280 San Luis Potosí, San Luis Potosí. (campos_aranda@hotmail.com).

RESUMEN

Las sequías son un fenómeno natural recurrente de carácter regional, cuyos efectos negativos pueden ser aminorados si son detectadas oportunamente y tienen un monitoreo adecuado. En este artículo se describen con detalle tres métodos estadísticos efectivos en la detección de sequías meteorológicas, los cuales también se pueden emplear en su seguimiento. Tales métodos son el déficit probabilístico de precipitación, el índice de precipitación estandarizada y el índice de reconocimiento de sequías. Este último emplea además de la lluvia, la evapotranspiración potencial, por lo cual toma en cuenta otras variables asociadas con las sequías, como temperaturas altas. Los tres métodos se aplican al registro de 64 años (1949-2012) de precipitación mensual de la estación climatológica Fresnillo en el estado de Zacatecas, México. Con base en la aplicación numérica se concluye que el primer método no detecta los años con sequía, de manera semejante a los dos siguientes, debido a que toma en cuenta implícitamente la distribución estacional de la lluvia en cada año. Los otros dos métodos aportan resultados bastante similares, tanto en la interpretación de la severidad de las sequías anuales, como en el establecimiento de sus periodos de ocurrencia continua o intercaladas. Además se deduce que los resultados de los tres métodos expuestos se complementan para definir con mayor precisión las sequías meteorológicas, según su duración preestablecida, por lo cual se recomienda su aplicación conjunta en cada estación climatológica procesada. El análisis regional de los registros disponibles permitirá formular conclusiones sobre la variación espacial de las sequías.

Palabras clave: Distribución Gamma mixta, pruebas estadísticas, error estándar de ajuste, severidad y duración de sequías, *ETP* mensual.

*Autor responsable ❖ Author for correspondence.

Recibido: enero, 2014. Aprobado: mayo, 2014.

Publicado como ARTÍCULO en *Agrociencia* 48: 463-476. 2014.

ABSTRACT

Drought is a recurring natural phenomenon of regional character, whose negative effects can be lessened if they are detected timely and have an adequate monitoring. This paper describes in detail three effective statistical methods to detect meteorological droughts, which can also be used in monitoring. Such methods are probabilistic precipitation deficit, the standardized precipitation index and the drought reconnaissance index. The latter uses, in addition to rain, potential evapotranspiration, thus taking into account other variables associated with drought, as high temperatures. The three methods are applied to the record of 64 years (1949-2012) of monthly precipitation of the weather station Fresnillo in Zacatecas state, Mexico. Based on the numerical application it is concluded that the first method does not detect drought years, in similar way to the other two, because it takes into account implicitly the seasonal distribution of rainfall each year. The other two methods provide very similar results, both in the interpretation of the severity of annual droughts, as in establishing their periods of continuous or interleaved occurrence. Also it follows that the results of the three exposed methods complement each other to define more precisely the meteorological drought, according to their fixed duration and therefore their joint application is recommended for each weather station processed. Regional analysis of the available records will allow reaching conclusions about the spatial variation of drought.

Key words: Mixed Gamma distribution, statistical tests, standard error of fit, severity and duration of droughts, monthly *ETP*.

INTRODUCTION

Drought is caused by a decrease in average precipitation occurring in an area and that expands for a wide period, usually a season or several years, with results that cause a

INTRODUCCIÓN

Las sequías se originan por una disminución en la precipitación normal que ocurre en un área y que se extiende por un lapso amplio, comúnmente una estación o varios años, con resultados que causan un déficit en el abastecimiento para una actividad, un grupo o un sector ambiental. Generalmente, los efectos de una sequía son exacerbados por el incremento en las demandas de agua potable, riego para la agricultura y otros usos. Una vez iniciada la sequía es relativamente fácil reconocer sus impactos en los usuarios del agua, generándose progresivamente déficits meteorológicos e hidrológicos que producen sequías agrícolas y socioeconómicas (Cacciamani *et al.*, 2007; Sene, 2010). Hay diversas dificultades en la detección y el seguimiento o monitoreo de las sequías, tanto temporal como espacialmente; por ejemplo, su desarrollo lento o pausado y su gran extensión, además de las variaciones intrínsecas de los impactos económicos y sociales. La sequía es un fenómeno regional, caracterizado por tres dimensiones: severidad o intensidad, duración y extensión superficial (Tsakiris *et al.*, 2005). Lo anterior llevó al desarrollo de varios índices de detección y monitoreo de sequías, los cuales analizan de manera separada o conjunta esas dimensiones.

Así, Gocic y Trajkovic (2014) aplican el índice de precipitación estandarizada en 12 meses a 29 estaciones pluviométricas durante el periodo de 1948 a 2012 y con base en el análisis de agrupamientos identifican tres subregiones diferentes en relación con las características de las sequías. Dogan *et al.* (2012) contrastan seis índices de monitoreo de sequías, empleando 12 estaciones pluviométricas y 18 diferentes lapsos en meses de aplicación, los cuales variaron de 1 a 48 meses; ellos recomiendan intervalos de 6, 9 y 12 meses, usando varios índices para los estudios de sequías de las zonas semi-áridas. Mirakbari *et al.* (2010), en la región suroeste de Irán, procesan 41 registros de precipitación mensual y en cada uno detectan sus sequías por duración y severidad, y con base en estas características forman subregiones homogéneas empleando momentos *L*. La distribución bivariada en cada subregión se estimó usando el análisis matemático vía cópulas. Sadri y Burn (2014) también aplican el análisis por cópulas y destacan que las sequías ocurren tanto en regiones áridas como en las húmedas.

shortfall in water supply for a business, a group or an environmental sector. Generally, the effects of a drought are exacerbated by increased demands for drinking water, irrigation for agriculture and other uses. Once drought has begun, it is relatively easy to recognize its impact on water users, progressively generating meteorological and hydrological deficits which produce agricultural and socioeconomic droughts (Cacciamani *et al.*, 2007; Sene, 2010). There are several difficulties in detecting and tracking or monitoring of droughts, both temporally and spatially; for example, their slow or paused development and their extension, in addition to the intrinsic variations in the economic and social impacts. Drought is a regional phenomenon, characterized by three dimensions: severity or intensity, duration and areal extent (Tsakiris *et al.*, 2005). This has led to the development of various detection indices and drought monitoring, which separately or jointly analyze these dimensions.

Thus, Gocic and Trajkovic (2014) apply the standardized precipitation index in 12 months to 29 rain gauge during the period 1948-2012 and based on cluster analysis identified three different subregions in relation to drought characteristics. Dogan *et al.* (2012) contrasted six indices for drought monitoring, using 12 rain gauge and 18 different spans in months of application, which ranged from 1 to 48 months; they recommend intervals of 6, 9 and 12 months, using several indices for drought studies in semi-arid areas. Mirakbari *et al.* (2010), in the southwestern region of Iran, processed 41 records of monthly precipitation and in each detected drought by its duration and severity, and based on these features form homogeneous sub-regions using *L*-moments. Bivariate distribution in each subregion was estimated using mathematical analysis via copulas. Sadri and Burn (2014) also apply the copula analysis and emphasize that a drought occurs in both arid and wet regions. In the latter, drought is shorter but more severe.

The objective of this study was to briefly outline the basic theoretical points and in detail the operational procedures of three statistical methods proposed for the detection and monitoring of meteorological drought. These methods are the probabilistic precipitation deficit (DPP), the standardized precipitation index (SPI) and the drought reconnaissance index (RDI). The first

En estas últimas, las sequías son más cortas pero más severas.

El objetivo de este estudio fue exponer brevemente los aspectos básicos teóricos y con detalle los procedimientos operativos de tres métodos estadísticos propuestos para la detección y el seguimiento de sequías meteorológicas. Estos métodos son el déficit probabilístico de precipitación (DPP), el índice de precipitación estandarizada (SPI) y el índice de reconocimiento de sequías (RDI). Los dos primeros emplean exclusivamente la precipitación mensual y ambos la procesan probabilísticamente, pero de manera diferente; el tercero usa conjuntamente la evapotranspiración potencial mensual. Los tres métodos se aplican al registro disponible de precipitación total mensual de la estación climatológica Fresnillo, en el estado de Zacatecas, México, cuya extensión es de 64 años. La aplicación numérica descrita se realiza en una sola estación climatológica por razones de espacio, pero los análisis de sequías son regionales y, así, formular conclusiones respecto a su desarrollo o evolución espacial.

MATERIALES Y MÉTODOS

Déficit probabilístico de la precipitación (DPP)

Este enfoque probabilístico de análisis de la precipitación mensual para definir sequías, propuesto hacia mediados de los años noventa (Mawdsley *et al.*, 1994), consiste en obtener los valores medianos mensuales del registro designados como M_j y después se calcula en cada año i del registro, la suma exclusiva de las diferencias negativas (DA^i) entre la precipitación mensual (P_k^i) y su mediana respectiva. También se pueden utilizar la media aritmética y la moda (Campos, 2012). Los índices j , i y k varían respectivamente, de 1 a 12, de 1 a NA o número de años del registro disponible y de 1 a k , que es el número de meses que abarca la estación de análisis o duración de la sequía, comúnmente 3, 6 o 12. Los lapsos de 3 o 6 meses se definen para la estación de crecimiento de los cultivos o para los meses de la época de lluvias. El análisis probabilístico de los valores anuales DA^i permite definir los límites relativos a la severidad de las sequías en forma categórica según el Cuadro 1.

Con el propósito de que el criterio de Mawdsley *et al.* (1994) también defina cuatro tipos de sequías, como lo hacen los siguientes dos índices (SPI y RDI), se le agregó el intervalo de periodos de retorno de 2 a 5 para definir las sequías leves o ligeras.

Como los periodos de retorno del Cuadro 1 son bajos, entonces las predicciones o límites buscados con el ajuste de un modelo

two use monthly precipitation and both process it probabilistically, but differently; the third uses together monthly potential evapotranspiration. The three methods are applied to the available record of total monthly precipitation of the weather station Fresnillo, in state of Zacatecas, Mexico, whose length is 64 years. The numerical application described is performed in a single weather station for reasons of space, but the drought analyses are regional, and thus, to draw conclusions regarding their development or spatial evolution.

MATERIALS AND METHODS

Probabilistic precipitation deficit (DPP)

This probabilistic analysis approach of monthly precipitation to define drought was proposed in the mid-nineties (Mawdsley *et al.*, 1994), it consists in obtaining the monthly median values of the record designated as M_j and then it is calculated in each year i of the record, the exclusive sum of negative differences (DA^i) between the monthly precipitation (P_k^i) and its corresponding median. The arithmetic mean and mode (Campos, 2012) can also be used. The indices j , i and k vary respectively from 1 to 12, 1 to NY or number of years the available record and from 1 to k , which is the number of months covered by season analysis or drought duration, commonly 3, 6 or 12. The periods of 3 or 6 months are defined for the growing season of crops or for the months of rainy season. Probabilistic analysis of annual values DA^i allows defining limits concerning drought severity as categorically according to Table 1.

In order that the criterion of Mawdsley *et al.* (1994) also define four types of droughts, as do the following two indices (SPI and RDI), the interval of return periods of 2 to 5 to define mild or slight drought was added.

As the return periods in Table 1 are low, then the predictions or limits sought with the adjustment of a selected probability

Cuadro 1. Criterio ampliado de severidad en sequías meteorológicas según Mawdsley *et al.* (1994).

Table 1. Extended criterion of meteorological drought severity according to Mawdsley *et al.* (1994).

Clasificación:	Periodo de retorno (años)	Probabilidad de no excedencia $P(X < x)$
1. Leve	2 a 5	0.50 a 0.80
2. Moderada	5 a 20	0.80 a 0.95
3. Severa	20 a 50	0.95 a 0.98
4. Extrema	> 50	> 0.98

probabilístico seleccionado serán muy semejantes y por ello se recomienda aplicar únicamente las tres distribuciones de probabilidad establecidas bajo precepto: la Log-Pearson tipo III (LP3), la General de Valores Extremos (GVE) y la Logística Generalizada (LOG), seleccionando los resultados de la que conduzca al menor error estándar de ajuste (Kite, 1977).

Índice de precipitación estandarizada (SPI)

El SPI (Standardized Precipitation Index) fue propuesto por McKee *et al.* (1993) y se ha popularizado debido a su planteamiento teórico y por usar sólo el registro mensual de precipitación, preferentemente con más de 30 años. Su procedimiento de cálculo comienza ajustando el modelo probabilístico Gamma de dos parámetros, el cual se transforma a una distribución Normal, cuya variable es el índice SPI, con valores positivos para los años húmedos y negativos para los secos o de sequía. Velasco (2002) da mayores detalles de su planteamiento teórico.

Como el índice SPI se estima generalmente para las siete duraciones mensuales siguientes: 1, 3, 6, 9, 12, 24 y 48; entonces se comienza por obtener los valores factibles en cada lapso indicado. Para la duración de un mes se ajusta el modelo Gamma a todo el registro mensual, cuyo número de datos es $n_d=12 \cdot NA$, siendo NA el número años del registro disponible. Para lapsos siguientes se obtienen las sumas móviles. Por ejemplo, para tres meses, el primer dato es la suma de los tres primeros meses del registro y el segundo dato será la suma del mes dos al cuarto y así sucesivamente. Por tanto, el nuevo n_d será:

$$n_d=12 \cdot NA - dm + 1 \tag{1}$$

en donde, dm es la duración en meses de la nueva secuencia de datos que se calculan como sumas móviles. Debido a la posibilidad de tener sumas móviles iguales a cero en las duraciones cortas, se utiliza la distribución Gamma Mixta para su ajuste.

La distribución probabilidades Gamma de dos parámetros de ajuste tiene como función de densidad de probabilidad la expresión siguiente:

$$g(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \cdot e^{-x/\beta} \text{ para } x > 0 \tag{2}$$

en la cual, $\alpha > 0$ es el parámetro de forma, $\beta > 0$ el de escala, $x > 0$ la precipitación en un cierto lapso y $\Gamma(\alpha)$ la función matemática factorial o función Gamma que da nombre a tal distribución, originalmente conocida como Pearson tipo III. Varios métodos se han propuesto para estimar los parámetros de ajuste, uno de

model will be very similar and, therefore, it is recommended to apply only the three probability distributions that have been established under precept: the Log-Pearson Type III (LP3), the Generalized Extreme Values (GEV) and the Generalized Logistic (LOG), selecting results leading to the least standard error of fit (Kite, 1977).

Standardized precipitation index (SPI)

SPI (Standardized Precipitation Index) was proposed by McKee *et al.* (1993) and has been popularized due to its theoretical approach and by using only the monthly precipitation record preferably with more than 30 years. Its procedure of calculation starts by fitting the probabilistic model of two-parameter Gamma, which is transformed to a Normal distribution, whose variable is the SPI index, with positive values for the wet years and negative for the dry or drought years. Velasco (2002) gives further details of his theoretical approach.

As the SPI index is generally estimated for the seven following monthly durations: 1, 3, 6, 9, 12, 24 and 48; then it is started by obtaining the feasible values in each period indicated. For the duration of one month the Gamma model fits all monthly record, whose number of data is $n_d=12 \cdot NY$, and NY the number of years of the available record. For subsequent periods, the moving sums are obtained. For example, for three months, the first datum is the sum of the first three months of the record and the second datum is the sum of month two to the four month and so on. Therefore, the new n_d will be

$$n_d=12 \cdot NY - dm + 1 \tag{1}$$

where, dm is the duration in months of the new sequence of data which are calculated as moving sums. Due to the possibility of having moving sums equal to zero in the short durations, the Mixed Gamma distribution is used for fitting.

The Gamma probability distribution of two-parameter of fitting has as probability density function, it has the following expression:

$$g(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \cdot e^{-x/\beta} \text{ for } x > 0 \tag{2}$$

in which, $\alpha > 0$ is shape parameter, $\beta > 0$ scale parameter, $x > 0$ precipitation in a certain elapsed time and $\Gamma(\alpha)$ the mathematical factorial function or Gamma function that names such distribution, originally known as Pearson type III. Several methods have been proposed to estimate the fitting parameters,

ellos, el de máxima verosimilitud es bastante exacto y sus expresiones son (Haan, 1997; Campos, 2005):

$$\alpha = \frac{1 + \sqrt{1 + 4A/3}}{4A} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{\bar{x}}{\alpha} \quad (4)$$

siendo A una variable auxiliar definida como:

$$A = \ln(\bar{x}) - \frac{\sum_{i=1}^{n'} \ln(x_i)}{n'} \quad (5)$$

en la cual, n' es el número de datos no nulos (x_i), cuya media aritmética es \bar{x} . La estimación del parámetro de forma con la ecuación 3, requiere una corrección originada por el método de máxima verosimilitud, que consiste en restarle el término $\Delta\alpha$ cuando resultó menor de 5.60, ésta es:

$$\Delta\alpha = a_0 + a_1 \cdot \alpha + a_2 \cdot \alpha^2 + a_3 \cdot \alpha^3 + a_4 \cdot \alpha^4 + a_5 \cdot \alpha^5 \quad (6)$$

$$\begin{matrix} a_0=0.04701236 & a_1=-0.0742802 & a_2=0.05139812 \\ a_3=-0.0177746 & a_4=0.002974521 & a_5=-0.0001899932 \end{matrix}$$

La distribución Gamma Mixta toma en cuenta la probabilidad de tener valores nulos q y de no tenerlos $p=1-q$, cuando se evalúa la probabilidad de no excedencia de un valor x , su expresión es:

$$H(x) = q + p \cdot G(x) \quad (7)$$

Entonces, cuando $x=0$, $H(0)=q$. Si m es el número de ceros de la serie que se procesa, el valor de q será estimado por m/n_d y por lo tanto, $n'=n_d-m$. Cuando la serie no tiene valores nulos, q será cero y $H(x)=G(x)$.

Para estimar la probabilidad de no excedencia $G(x)$ relativa, un valor x , se empleará la conversión del modelo Pearson tipo III a la distribución ji cuadrada (χ^2) con ν grados de libertad, cuya equivalencia de variables es (Haan, 1977; Bobée y Ashkar, 1991; Rao y Hamed, 2000):

$$\chi^2 = 2 \cdot x/\beta \quad (8)$$

$$\nu = 2 \cdot \alpha \quad (9)$$

Ahora se aplica la aproximación por expansión en serie para estimar la probabilidad de no excedencia en la distribución χ^2 para un valor de ν ; ésta es (Zelen y Severo, 1965):

one of them, the maximum likelihood is quite accurate and their expressions are (Haan, 1997; Campos, 2005):

$$\alpha = \frac{1 + \sqrt{1 + 4A/3}}{4A} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{\bar{x}}{\alpha} \quad (4)$$

A being an auxiliary variable defined as:

$$A = \ln(\bar{x}) - \frac{\sum_{i=1}^{n'} \ln(x_i)}{n'} \quad (5)$$

in which, n' is the number of non null data (x_i), whose arithmetic mean is \bar{x} . Estimate of the shape parameter with Equation 3 requires a correction caused by the method of maximum likelihood, which involves subtracting the term $\Delta\alpha$ when was less than 5.60, this is:

$$\Delta\alpha = a_0 + a_1 \cdot \alpha + a_2 \cdot \alpha^2 + a_3 \cdot \alpha^3 + a_4 \cdot \alpha^4 + a_5 \cdot \alpha^5 \quad (6)$$

$$\begin{matrix} a_0=0.04701236 & a_1=-0.0742802 & a_2=0.05139812 \\ a_3=-0.0177746 & a_4=0.002974521 & a_5=-0.0001899932 \end{matrix}$$

Mixed Gamma distribution takes into account the probability to have no null values q and not to have them $p=1-q$, when the probability of non-exceedance of a value x is assessed, its expression is:

$$H(x) = q + p \cdot G(x) \quad (7)$$

Then, when $x=0$, $H(0)=q$. If m is the number of zeros of the series that is processed, the value of q will be estimated by m/n_d and therefore, $n'=n_d-m$. When the series does not have null values, q will be zero and $H(x)=G(x)$.

To estimate the relative non-exceedance probability $G(x)$, a value x , the model conversion Pearson Type III to the distribution chi-square (χ^2) with ν degrees of freedom will be used, whose equivalence of variables is (Haan, 1977; Bobée and Ashkar, 1991; Rao and Hamed, 2000):

$$\chi^2 = 2 \cdot x/\beta \quad (8)$$

$$\nu = 2 \cdot \alpha \quad (9)$$

The approach by expansion is now applied in series to estimate the probability of non-exceedance in distribution χ^2 for a value of ν ; this is (Zelen and Severo, 1965):

$$G(x) = P(\chi^2 | \nu)$$

$$= \left(\frac{\chi^2}{2}\right)^{\nu/2} \frac{e^{-\chi^2/2}}{\Gamma\left(\frac{\nu+2}{2}\right)} \left[1 + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\chi^{2r}}{(\nu+2) \cdot (\nu+4) \cdots (\nu+2r)}\right] \tag{10}$$

La función factorial Gamma fue estimada con la fórmula de Stirling (Davis, 1965), que para valores grandes del argumento ε es bastante aproximada con un error cercano a cero; ésta es:

$$\Gamma(\varepsilon) \cong e^{-\varepsilon} \cdot \varepsilon^{\varepsilon-1/2} \cdot \sqrt{2\pi} \cdot \left(1 + \frac{1}{12 \cdot \varepsilon} + \frac{1}{288 \cdot \varepsilon^2} - \frac{139}{51840 \cdot \varepsilon^3} - \frac{571}{2488320 \cdot \varepsilon^4} + \dots\right) \tag{11}$$

Por último, de acuerdo con Edwards y McKee (1997) se emplea una aproximación numérica racional, expuesta en Zelen y Severo (1965), para convertir la probabilidad acumulada $H(x)$ en la variable normal estandarizada Z de media cero y varianza unitaria, la cual define el índice SPI; sus ecuaciones son:

$$Z = \text{SPI} = -\left(t - \frac{b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2}{1 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2 + c_3 \cdot t^3}\right) \tag{12}$$

para $0 < H(x) < 0.50$

$$Z = \text{SPI} = +\left(t - \frac{b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2}{1 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2 + c_3 \cdot t^3}\right) \tag{13}$$

para $0.50 < H(x) < 1$

donde:

$$t = \sqrt{\ln\left[\frac{1}{(H(x))^2}\right]} \tag{14}$$

para $0 < H(x) < 0.50$

$$t = \sqrt{\ln\left[\frac{1}{(1-H(x))^2}\right]} \tag{15}$$

para $0.50 < H(x) < 1$

$b_0=2.515517$	$b_1=0.802853$	$b_2=0.010328$
$c_1=1.432788$	$c_2=0.189269$	$c_3=0.001308$

Los niveles de humedad o de sequía se definen en el Cuadro 2, en el cual se indican sus probabilidades de ocurrencia correspondientes; por ejemplo, las sequías moderadas ($\text{SPI} \leq -1$) tienen una probabilidad de ocurrencia del 15.9 % y las extremas

$$G(x) = P(\chi^2 | \nu)$$

$$= \left(\frac{\chi^2}{2}\right)^{\nu/2} \frac{e^{-\chi^2/2}}{\Gamma\left(\frac{\nu+2}{2}\right)} \left[1 + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\chi^{2r}}{(\nu+2) \cdot (\nu+4) \cdots (\nu+2r)}\right] \tag{10}$$

The Gamma factorial function was estimated with the Stirling formula (Davis, 1965), that for large values of the argument ε is pretty good with a near zero error; this is:

$$\Gamma(\varepsilon) \cong e^{-\varepsilon} \cdot \varepsilon^{\varepsilon-1/2} \cdot \sqrt{2\pi} \cdot \left(1 + \frac{1}{12 \cdot \varepsilon} + \frac{1}{288 \cdot \varepsilon^2} - \frac{139}{51840 \cdot \varepsilon^3} - \frac{571}{2488320 \cdot \varepsilon^4} + \dots\right) \tag{11}$$

Finally, according to Edwards and McKee (1997) a rational numerical approximation is used, showed by Zelen and Severo (1965) to convert the cumulative probability $H(x)$ in the normal standardized variable Z with zero mean and unit variance, which defines the SPI index; its equations are:

$$Z = \text{SPI} = -\left(t - \frac{b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2}{1 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2 + c_3 \cdot t^3}\right) \tag{12}$$

for $0 < H(x) < 0.50$

$$Z = \text{SPI} = +\left(t - \frac{b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2}{1 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2 + c_3 \cdot t^3}\right) \tag{13}$$

for $0.50 < H(x) < 1$

where:

$$t = \sqrt{\ln\left[\frac{1}{(H(x))^2}\right]} \tag{14}$$

for $0 < H(x) < 0.50$

$$t = \sqrt{\ln\left[\frac{1}{(1-H(x))^2}\right]} \tag{15}$$

for $0.50 < H(x) < 1$

$b_0=2.515517$	$b_1=0.802853$	$b_2=0.010328$
$c_1=1.432788$	$c_2=0.189269$	$c_3=0.001308$

Humidity or drought levels are defined in Table 2, in which their corresponding probabilities of occurrence are indicated; for example, moderate drought ($\text{SPI} \leq -1$) have a probability of occurrence of 15.9 % and extreme drought ($\text{SPI} \leq -2$) of

Cuadro 2. Clasificación de los periodos húmedos y secos (sequía) de acuerdo al valor del índice SPI.

Table 2. Classification of wet and dry (drought) periods according to the value of the SPI index.

Valor de SPI	Designación:	Probabilidad de excedencia en %
> 2.00	Húmedo Extremo	2.3
1.50 a 1.999	Húmedo Severo	4.4
1.00 a 1.499	Húmedo Moderado	9.2
0 a 0.999	Húmedo Ligero	34.1
0 a -0.999	Sequía Ligera (SL)	34.1
-1.00 a -1.499	Sequía Moderada (SM)	9.2
-1.50 a -1.999	Sequía Severa (SS)	4.4
-2.00 o menor	Sequía Extrema (SE)	2.3

($SPI \leq -2$) del 2.3 % (Cacciamani *et al.*, 2007; Tsakiris *et al.*, 2007). El índice SPI se aplicó en México para monitorear a una sequía en la Región Hidrológica No. 10 (Sanz *et al.*, 2012).

Guttman (1999) sugiere utilizar la distribución Pearson tipo III con tres parámetros de ajuste, en lugar del modelo Gamma de dos parámetros, debido a su mayor flexibilidad. Además indica que la confiabilidad del índice SPI depende del tamaño de la muestra y por ello, el uso de lapsos mayores de 24 meses no es recomendable dada la longitud máxima actual de los registros pluviométricos, comúnmente menores de 80 años.

Índice de reconocimiento de sequías (RDI)

Para este índice RDI sus antecedentes teóricos y la descripción detallada de sus ventajas están en Tsakiris y Vangelis (2005). Su expresión general es (Tsakiris *et al.*, 2007):

$$\delta_k^i = \frac{\sum_{j=1}^k P_j^i}{\sum_{j=1}^k ETP_j^i} \tag{16}$$

en la cual, i es el año variando de 1 a NA, k es el número de meses en que se calcula el índice RDI; P_j^i y ETP_j^i son respectivamente, la precipitación y la evapotranspiración potencial del mes j del año i . El RDI generalmente se calcula para la estación de crecimiento de un cultivo (3 o 6 meses) y para cada año ($k=12$). Como los episodios de sequía incluyen temperaturas más altas, ello resulta en una mayor demanda de evaporación y entonces es probable que el índice RDI sea más sensitivo que los dos anteriores porque se basan sólo en la precipitación. Las presentaciones normalizada y estandarizada del índice RDI son (Tsakiris *et al.*, 2007):

2.3 % (Cacciamani *et al.*, 2007; Tsakiris *et al.*, 2007). The SPI index was already applied in Mexico to monitor drought in the Hydrologic Region No. 10 (Sanz *et al.*, 2012).

Guttman (1999) suggests using the Pearson distribution type III with three fitting parameters, instead of the Gamma model of two parameters, due to its greater flexibility. He also indicates that the reliability of the SPI index depends on the sample size and, therefore, the use of elapsed times longer than 24 months is not recommended given the current maximum length of rainfall records commonly shorter than 80 years.

Reconnaissance drought index (RDI)

For this index RDI its theoretical background and detailed description of its benefits are in Tsakiris and Vangelis (2005). Its general expression is (Tsakiris *et al.*, 2007):

$$\delta_k^i = \frac{\sum_{j=1}^k P_j^i}{\sum_{j=1}^k ETP_j^i} \tag{16}$$

in which, i is the year varying of 1 to NY, k is the number of months in which the RDI index is calculated; P_j^i and ETP_j^i are respectively, the precipitation and potential evapotranspiration of month j of the year i . RDI is generally calculated for the growing season of a crop (3 to 6 months) and for each year ($k=12$). As droughts events include higher temperatures, this result in an increased demand for evaporation and then the RDI index is likely to be more sensitive than the previous two, because they are based solely on precipitation. The normalized and standardized presentations of the RDI index are (Tsakiris *et al.*, 2007):

$$RDI_N^i = \frac{\delta_k^i}{\bar{\delta}_k} - 1 \quad (17)$$

$$RDI_{ST}^i = \frac{y_i - \bar{y}}{S_y} \quad (18)$$

donde $\bar{\delta}_k$ es la media aritmética de los NA valores anuales y y_i son los logaritmos naturales de δ_k^i , cuya media y desviación estándar son \bar{y} y S_y . La estandarización del índice RDI considera que δ_k^i sigue la distribución Log-Normal. Como el RDI_{ST}^i se comporta igual al índice SPI, el Cuadro 2 también permite su designación específica como año húmedo o seco (sequía).

Registro pluviométrico mensual procesado

La estación climatológica Fresnillo en el estado de Zacatecas, por su ubicación geográfica, es representativa de una región agrícola y su registro disponible abarca de enero de 1949 a diciembre de 2012, es decir, tiene 64 años sin valores faltantes; por tales características fue seleccionada para este contraste. Sus coordenadas geográficas son 23° 10' N, 102° 53' O y altitud 2195 m. En los primeros tres renglones del Cuadro 3 se exponen unos indicadores muestrales y ajustando mensualmente la distribución Gamma Mixta (ecuación 7), se obtuvieron dos indicadores estadísticos, la moda igual a $\beta(\alpha-1)$ y la precipitación con probabilidad de excedencia del 75 %, es decir, mayor en tres años de cada 4, la cual se puede considerar como la moda, cuando ésta no existe (NE).

Verificación de la homogeneidad del registro pluviométrico

Los valores anuales de precipitación (PA) en la estación Fresnillo, se muestran en la segunda columna del Cuadro 4. Con base en tales datos se realizó el análisis de calidad estadística del registro, para lo cual se aplicaron las siguientes siete pruebas, una

$$RDI_N^i = \frac{\delta_k^i}{\bar{\delta}_k} - 1 \quad (17)$$

$$RDI_{ST}^i = \frac{y_i - \bar{y}}{S_y} \quad (18)$$

where $\bar{\delta}_k$ is the arithmetic mean of the annual values NY and y_i are the natural logarithms of δ_k^i , whose mean and standard deviation are \bar{y} and S_y . Standardization of RDI index considers that δ_k^i follows the Log-Normal distribution. As RDI_{ST}^i behaves like the SPI index, Table 2 also allows its specific designation as a wet or dry year (drought).

Monthly rainfall record processed

The Fresnillo weather station in the state of Zacatecas, by its geographic location, is representative of an agricultural region and its available record covers from January 1949 to December 2012, that is, it has 64 years without missing values; by such characteristics it was chosen for this contrast. Its geographical coordinates are 23° 10' N, 102° 53' W and 2195 masl. Some sample indicators are given in the first three rows of Table 3, and monthly fitting the Mixed Gamma distribution (Equation 7), two statistical indicators were obtained, mode equal to $\beta(\alpha-1)$ and precipitation with exceedance probability of 75 %, *i.e.* greater in three years of every 4 which can be considered as mode, when it does not exist (NE).

Verification of the homogeneity of rainfall record

Precipitation of annual values (PA) in the weather station Fresnillo are shown in the second column of Table 4. Based on these data, the statistical quality analysis of the record was performed, for which the following seven tests, one general and six specific, were applied: 1) Von Neumann, detects loss of randomness by deterministic components unspecified;

Cuadro 3. Parámetros estadísticos de tendencia central (mm) del registro de precipitación mensual de la estación climatológica Fresnillo, Zacatecas.

Table 3. Statistical parameters of central tendency (mm) of the monthly precipitation record of the weather station Fresnillo, Zacatecas.

Concepto:	E	F	M	A	M'	J	J'	A'	S	O	N	D
Núm. de ceros (<i>m</i>)	20	27	41	28	7	0	1	0	1	3	27	16
Media	11.9	8.7	4.5	8.1	15.1	62.7	81.4	90.7	70.1	34.2	12.6	11.3
Mediana	6.5	2.4	0.0	0.9	12.6	60.9	70.5	85.4	67.8	30.8	3.3	6.3
Moda	NE	0.2	NE	NE	0.7	28.1	55.4	70.3	37.3	8.4	NE	NE
P($X < x$)=0.25	0.0	0.0	0.0	0.0	3.3	29.3	47.5	60.1	34.9	11.8	0.0	0.0

Cuadro 4. Resultados anuales de los índices de sequía y su designación, para el registro de precipitación mensual de la estación climatológica Fresnillo, Zacatecas.**Table 4. Annual results of drought indices and its designation for the monthly precipitation record of the weather station Fresnillo, Zacatecas.**

Año	PA (mm)	DA (mm)	TS _{DPP} [†]	SPI ₁₂	TS _{SPI} [†]	ETP ₁₂	RDI ₁₂	RDI _{ST}	TS _{RDI} [†]
1949	508.0	30.0	–	0.854	–	1906.8	0.266	0.801	–
1950	389.6	49.1	–	–0.095	SL	1825.8	0.213	0.093	–
1951	510.6	66.3	–	0.874	–	1896.9	0.269	0.834	–
1952	300.3	121.2	SM	–0.943	SL	1832.3	0.164	–0.749	SL
1953	390.0	75.0	SL	–0.092	SL	1869.5	0.209	0.021	–
1954	286.0	140.9	SM	–1.094	SM	1939.8	0.147	–1.087	SM
1955	376.6	52.6	–	–0.210	SL	1927.6	0.195	–0.189	SL
1956	316.7	124.7	SM	–0.776	SL	1826.2	0.173	–0.569	SL
1957	454.5	23.7	–	0.443	–	1944.6	0.234	0.383	–
1958	610.0	85.1	SL	1.587	–	1817.5	0.336	1.538	–
1959	570.0	14.2	–	1.304	–	1882.6	0.303	1.209	–
1960	243.0	198.8	SS	–1.582	SS	1934.0	0.126	–1.598	SS
1961	308.1	54.6	–	–0.863	SL	1866.8	0.165	–0.727	SL
1962	375.5	107.1	SL	–0.220	SL	1927.6	0.195	–0.198	SL
1963	345.0	72.3	–	–0.500	SL	1810.1	0.191	–0.268	SL
1964	254.4	120.8	SL	–1.447	SM	1847.3	0.138	–1.305	SM
1965	187.2	195.1	SS	–2.314	SE	1827.3	0.102	–2.249	SE
1966	511.4	18.2	–	0.880	–	1876.4	0.273	0.874	–
1967	554.5	32.5	–	1.194	–	1850.7	0.300	1.176	–
1968	459.5	62.5	–	0.483	–	1943.1	0.236	0.421	–
1969	263.3	135.2	SM	–1.345	SM	1884.3	0.140	–1.258	SM
1970	398.3	55.4	–	–0.020	SL	1845.4	0.216	0.129	–
1971	458.6	89.4	SL	0.476	–	1834.3	0.250	0.598	–
1972	292.0	109.9	SL	–1.030	SM	1843.6	0.158	–0.859	SL
1973	636.2	12.4	–	1.772	–	1753.9	0.363	1.786	–
1974	263.8	125.1	SM	–1.339	SM	1765.7	0.149	–1.045	SM
1975	499.4	100.0	SL	0.790	–	1796.7	0.278	0.936	–
1976	690.5	65.1	–	2.181	–	1704.7	0.405	2.138	–
1977	325.9	83.3	SL	–0.684	SL	1859.3	0.175	–0.535	SL
1978	398.8	70.0	–	–0.016	SL	1788.7	0.223	0.233	–
1979	222.6	173.2	SM	–1.834	SS	1861.5	0.120	–1.755	SS
1980	319.2	138.5	SM	–0.751	SL	1872.5	0.170	–0.624	SL
1981	463.2	11.0	–	0.512	–	2084.3	0.222	0.222	–
1982	332.3	74.4	–	–0.622	SL	2139.6	0.155	–0.921	SL
1983	529.4	29.2	–	1.012	–	2083.1	0.254	0.651	–
1984	493.7	53.4	–	0.747	–	2000.8	0.247	0.556	–
1985	417.2	96.6	SL	0.140	–	2063.2	0.202	–0.079	SL
1986	530.7	46.1	–	1.022	–	2052.8	0.259	0.705	–
1987	440.7	8.2	–	0.333	–	1904.2	0.231	0.352	–
1988	342.0	90.7	SL	–0.529	SL	1907.0	0.179	–0.462	SL
1989	369.2	129.9	SM	–0.276	SL	1980.1	0.186	–0.338	SL
1990	425.1	84.7	SL	0.206	–	1954.2	0.218	0.154	–
1991	475.8	64.2	–	0.610	–	1869.8	0.254	0.655	–
1992	499.0	73.0	–	0.787	–	1870.4	0.267	0.806	–
1993	405.5	46.1	–	0.041	–	1982.6	0.205	–0.043	SL
1994	467.9	13.3	–	0.549	–	1870.3	0.250	0.600	–
1995	393.1	41.4	–	–0.065	SL	1952.0	0.201	–0.092	SL
1996	625.2	65.7	–	1.694	–	1925.3	0.325	1.433	–
1997	301.6	126.6	SM	–0.930	SL	2057.5	0.147	–1.106	SM
1998	298.0	128.7	SM	–0.967	SL	1993.9	0.149	–1.044	SM
1999	271.2	128.8	SM	–1.256	SM	1936.1	0.140	–1.251	SM
2000	401.4	118.5	SL	0.007	–	1915.0	0.210	0.036	–
2001	302.5	103.5	SL	–0.920	SL	1881.4	0.161	–0.811	SL
2002	502.3	33.6	–	0.812	–	1866.5	0.269	0.833	–
2003	558.0	15.5	–	1.219	–	1863.4	0.299	1.174	–
2004	625.2	31.0	–	1.694	–	1789.6	0.349	1.666	–
2005	355.7	92.7	SL	–0.400	SL	1912.6	0.186	–0.346	SL
2006	540.0	6.9	–	1.089	–	1902.7	0.284	1.003	–
2007	451.4	79.3	SL	0.419	–	1893.9	0.238	0.446	–
2008	599.1	21.1	–	1.510	–	1919.8	0.312	1.306	–
2009	388.8	27.2	–	–0.102	SL	1913.6	0.203	–0.064	SL
2010	378.1	144.8	SM	–0.197	SL	1870.5	0.202	–0.080	SL
2011	206.7	184.0	SS	–2.043	SE	1996.6	0.104	–2.216	SE
2012	216.0	137.6	SM	–1.912	SS	1896.8	0.114	–1.903	SS

†: Tipo de sequía (SL, ligera; SM, moderada; SS, severa; SE, extrema) ❖ †: Type of drought (SL, mild; SM, moderate; SS, severe; SE, extreme).

general y seis específicas: 1) Von Neumann, detecta pérdida de aleatoriedad por componentes determinísticas no especificadas; 2) Anderson y 3) Sneyers, buscan persistencia; 4) Kendall y 5) Spearman, detectan tendencia; 6) Bartlett, prueba la variabilidad y; 7) Cramer, busca cambios en la media. En todas las pruebas el registro fue homogéneo cuando se usó un nivel de significancia del 5 %. Las pruebas estadísticas citadas están disponibles en WMO (1971), Buishand (1982) y Machiwal y Jha (2012).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Estimación de las sequías anuales con el índice DPP

Con base en los 12 valores medianos muestrales del Cuadro 3, cuya suma es de 347.4 mm, se obtuvieron las sumas anuales (DA^i) de las diferencias negativas de cada lluvia mensual, las cuales se muestran en la tercera columna del Cuadro 4, sin el signo menos. Después, a la serie de 64 valores se le ajustaron los modelos probabilísticos Log-Pearson tipo III (LP3), General de Valores extremos (GVE) y Logística Generalizada (LOG). Los tres parámetros de ajuste de cada distribución se obtuvieron con base en los métodos más generalizados debido a su consistencia estadística de estimación. Así, el modelo LP3 se ajustó con el método de momentos en los dominios logarítmico y real (WRC, 1977; Bobée, 1975), la función GVE con los métodos de momentos, sextiles, máxima verosimilitud y momentos L (Kite, 1977; Stedinger *et al.*, 1993; Rao and Hamed, 2000), y la distribución LOG únicamente con el método de momentos L (Hosking y Wallis, 1997). En cada modelo, los resultados del método que condujo al menor error estándar de ajuste (EEA) se muestran en el Cuadro 5 y se adoptan los del modelo GVE.

Con los límites para las diferencias anuales definidos se establecieron los años con sequía ligera,

2) Anderson and 3) Sneyers, seeking persistence; 4) Kendall and 5) Spearman detecting trend; 6) Bartlett testing variability and; 7) Cramer looks for changes in the mean. In all tests the record was homogeneous when a significance level of 5 % was used. Statistical tests cited are available in WMO (1971), Buishand (1982) and Machiwal and Jha (2012).

RESULTS AND DISCUSSION

Estimate of the annual droughts with the DPP index

Based on the 12 sampling median values in Table 3, whose sum is 347.4 mm, annual sums (DA^i) of the negative differences of each monthly rainfall were obtained, shown in the third column of Table 4, without the minus sign. Afterwards, to that series of 64 values, the following probabilistic models were fitted: Log-Pearson type III (LP3), General Extreme Values (GEV) and Logistic Generalized (LOG). The three fitting parameters of each distribution were obtained based on the most widespread methods due to their statistical robustness of estimation. Thus, the LP3 model was fitted to the method of moments in the logarithmic and real domains (WRC 1977; Bobée, 1975), the GEV function with the methods of moments, sextiles, maximum likelihood and L moments (Kite, 1977; Stedinger *et al.*, 1993; Rao and Hamed, 2000), and the distribution LOG only with the method of L moments (Hosking and Wallis, 1997). In each model, the results of the method that led to the minimum standard error of fit (EEA) are shown in Table 5; those of model GVE are adopted.

With the limits for annual differences defined, the years with slight drought were established, with DA^i from 74.7 to 121.0 mm; the years with moderate drought, with DA^i between 121.0 and 173.3; the years of severe drought, with DA^i from

Cuadro 5. Predicciones (mm) con menor EEA de los modelos probabilísticos indicados.
Table 5. Predictions (mm) with less EEA of the probabilistic models indicated.

Periodo de retorno (años)	LP3 $EEA=6.5$ mm	GVE $EEA=5.9$ mm	LOG $EEA=8.3$ mm
2	70.2	74.7	75.4
5	124.4	121.0	117.3
20	185.4	173.3	172.1
50	216.3	202.5	210.1

con DA^i de 74.7 a 121.0 mm; los años con sequía moderada, con DA^i entre 121.0 y 173.3; los de sequía severa con DA^i de 173.3 a 202.5; y los años con sequía extrema con DA^i mayor a 202.5 mm. Los resultados de este proceso están en la cuarta columna del Cuadro 4, como tipo de sequía (TS).

Estimación de las sequías anuales con el índice SPI

El procesamiento estadístico del registro de precipitación mensual de la estación Fresnillo en Zacatecas, utilizando una duración de 12 meses condujo a un número de secuencias de 757 (ecuación 1), cuyo ajuste de la distribución Gamma Mixta definió un parámetro de forma (α) de 11.95301 y uno de escala (β) de 34.55477 mm. Para la aplicación de la ecuación 10 se desarrolló un algoritmo para la expansión en serie, el cual concluye cuando cada término de tal secuencia es inferior a 10^{-7} . Los valores del índice SPI estimados con las ecuaciones 12 o 13, se muestran en la quinta columna del Cuadro 4 y en la sexta se tiene su designación respectiva (TS).

Estimación de las sequías anuales con el índice RDI

Para estimar este índice se requiere la estimación previa de la evapotranspiración potencial mensual de cada año (ETP_j^i), lo cual se realizó con base en la segunda fórmula de Hargreaves-Samani, que es (Hargreaves-Samani, 1991; Campos, 2005):

$$ETP_j^i = 0.0023 \cdot RA_j \cdot (T_j^i + 17.8) \cdot (T_j^i - t_j^i)^{0.50} \tag{19}$$

donde RA_j es la radiación extraterrestre que está en función del mes del año y de la latitud del lugar, expresada en milímetros de agua evaporada; T_j^i , T_j^i y t_j^i son las temperaturas media, máxima y mínima en °C del mes j del año i . Para estimar RA_j se usó la aproximación que propuso Campos (2002, 2005). En la séptima columna del Cuadro 4 están los valores de ETP_j^i estimados con la ecuación 19, usando los respectivos registros de temperaturas Tt , T y t de la estación Fresnillo de enero de 1949 a diciembre de 2012. Como tales registros presentan pocos datos

173.3 to 202.5; and the years with extreme drought whose DA^i is higher than 202.5 mm. Results of the above process are in the fourth column of Table 4, as a type of drought (TS).

Estimate of annual drought with SPI index

The statistical processing of the monthly precipitation record of the station Fresnillo in Zacatecas, using a duration of 12 months led to a sequence number of 757 (equation 1), whose fit of the Mixed Gamma distribution defined a shape parameter (α) of 11.95301 and one of scale (β) of 34.55477 mm. For the application of equation 10 an algorithm was developed for the expansion in series, which is completed when each end of such sequence is less than 10^{-7} . SPI index values estimated with equations 12 or 13 are shown in the fifth column of Table 4 and their respective designation (TS) in the sixth.

Estimate of annual drought with RDI index

To estimate this index, the previous estimate of the monthly potential evapotranspiration of each year (ETP_j^i) is required, which was carried out base on the second formula of Hargreaves-Samani, which is the following (Hargreaves-Samani, 1991; Campos, 2005):

$$ETP_j^i = 0.0023 \cdot RA_j \cdot (T_j^i + 17.8) \cdot (T_j^i - t_j^i)^{0.50} \tag{19}$$

where RA_j is extraterrestrial radiation that is in function of month of the year and latitude of place, expressed in millimeters of evaporated water; T_j^i , T_j^i and t_j^i are the average, maximum and minimum temperature in °C of the month j of year i . For estimating RA_j , the approach proposed by Campos was used (2002, 2005). In the seventh column of Table 4 there are the ETP_j^i values estimated with the equation 19, using the respective records of Tt , T and t of the Fresnillo station from January 1949 to December 2012. As such records have few missing data, these were adopted, for simplicity, equal to its average monthly value.

faltantes, por simplicidad éstos se adoptaron, igual a su valor promedio mensual.

Los resultados de la aplicación de las ecuaciones 16 y 18 están en las columnas 8 y 9 del Cuadro 4. La obtención de los índices anuales estandarizados (RDI_{ST}) se realizó con base en los estadísticos siguientes: $\bar{y} = -1.573713$ y $S_y = 0.3133357$. Y en la columna 10 del Cuadro 4 está la designación del tipo de sequía (TS).

Contraste de las estimaciones de las sequías anuales

A escala global, los tres índices detectan el mismo número de sequías (31 el DPP, 33 el SPI y 31 el RDI_{ST}). A escala individual, el índice DPP encuentra varios años con sequía ligera no detectados con los otros dos índices, por ejemplo, en 1958, 1971, 1975, 1990, 2000 y 2007. Algunos de estos años tienen lluvia anual alta, pero su distribución mensual difiere del patrón que definen los valores medianos (Cuadro 3). Además, en el caso analizado, el índice DPP no encontró sequías extremas ($DA^i > 202.5$ mm). Los índices SPI y RDI_{ST} tienen resultados bastante similares en número y en tipo de sequía anual. En 1950, 1953, 1970 y 1978 el índice SPI detecta sequía ligera pero el RDI_{ST} no lo hace; lo contrario ocurre en 1985 y 1993. Ambos índices detectan los mismos periodos de sequías continuas en 1952 a 1956, 1960 a 1965, 1997 a 1999 y 2009 a 2012. También los dos índices coinciden en un lapso amplio de sequías intercaladas de 1969 a 1989. En 1997 y 1998 con el índice RDI_{ST} se obtienen sequías más severas que con el índice SPI.

En la Figura 1 se muestra la comparación de los 64 valores anuales de los índices SPI y RDI_{ST} , del Cuadro 4. Hay una correspondencia general aceptable, con sólo seis valores que no concuerdan en signo y son los más cercanos a cero. Con respecto a las sequías, tercer cuadrante de la Figura 1, el índice SPI obtiene magnitudes mayores; así los puntos de cada año quedan por arriba de la recta a 45° , excepto en ocho años, los más extremos 1982 y 2011.

CONCLUSIONES

Los años con sequía y su severidad según el índice DPP, no corresponden plenamente a los resultados de los índices SPI y RDI_{ST} . Esto se debe a que toma

Results of the application of equations 16 and 18 are in columns 8 and 9 of Table 4. Obtaining standardized annual indices (RDI_{ST}) was performed based on the following statistics: $\bar{y} = -1.573713$ and $S_y = 0.3133357$. And in column 10 of Table 4 is the designation of the type of drought (TS).

Contrast of annual drought estimates

Globally, the three indices detect the same number of droughts (DPP, 31; SPI, 33 and RDI_{ST} , 31). Individually, the DPP index finds several years with mild drought that are not detected with the other two indices; for example, in 1958, 1971, 1975, 1990, 2000 and 2007. Some of these years have high annual rainfall, but their monthly distribution differ from pattern that defines the median values (Table 3). Furthermore, in the analyzed case, the DPP index did not find extreme droughts ($DA^i > 202.5$ mm). SPI and RDI_{ST} indices have quite similar results, both in number and type of annual drought. In 1950, 1953, 1970 and 1978, SPI index detects mild drought and instead the RDI_{ST} does not; otherwise occur in 1985 and 1993. Both indices detect the same periods of continuous drought in 1952-1956, 1960-1965, 1997-1999 and 2009-2012. Also the two indices coincide in a wide span of intercalated droughts from 1969 to 1989. In 1997 and 1998 with RDI_{ST} index most severe droughts are obtained than with the SPI index.

Figure 1 shows the comparison of the 64 annual values of the SPI and RDI_{ST} indices, shown in Table 4. A general acceptable correspondence is observed, with only six values which do not agree in sign and are closest to zero. With respect to drought, third quadrant of Figure 1, the SPI index obtains larger magnitudes, so the points of each year remain above the line at 45° , except in eight years, the most extreme 1982 and 2011.

CONCLUSIONS

Years with droughts and severity of these ones according to the DPP index does not fully correspond to the results of the SPI and RDI_{ST} indices. This is, because it takes into account the seasonal occurrence of rainfall and therefore confirms or supplements deductions of the latter. Results of SPI and RDI_{ST} indices are similar;

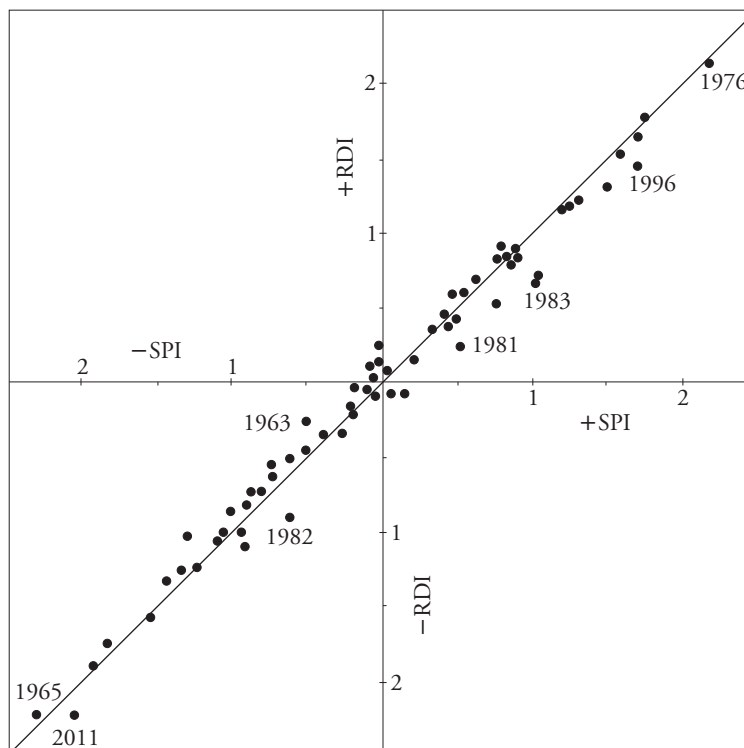


Figura 1. Comparación entre los 64 índices SPI y RDI_{ST} calculados.
Figure 1. Comparison between the 64 indices SPI and RDI_{ST} calculated.

en cuenta la ocurrencia estacional de la lluvia y por ello ratifica o complementa las deducciones de estos últimos. Los resultados de los índices SPI y RDI_{ST} son semejantes; por lo cual se recomiendan para la detección de los años con sequía.

Cuando se disponga de información de temperaturas mensuales, se debe aplicar el índice RDI_{ST} ya que involucra más variables asociadas con la ocurrencia de las sequías, como es un mayor poder de evaporación de la atmósfera debido a las temperaturas altas.

Los tres índices (DPP, SPI y RDI_{ST}) se deben usar conjuntamente para monitorear las sequías, ya que permiten incorporar la información mensual nueva de precipitación y de temperaturas, conforme se desarrolla una sequía. El estudio espacial de sus resultados definirá la extensión de cada sequía analizada.

AGRADECIMIENTOS

Se aprecian las correcciones sugeridas por los dos árbitros anónimos y los comentarios del editor asignado, pues todo ello ayudó a mejorar el trabajo y a definir sus alcances y limitaciones.

consequently, they are recommended for detection of years with drought.

When monthly temperature information is available, the RDI_{ST} index must be applied since it involves more variables associated with occurrence of droughts, since it is a high power of evapotranspiration of the atmosphere due to high temperatures.

The three indices (DPP, SPI and RDI_{ST}) should be used together for drought monitoring, since they allow to incorporate new monthly information of precipitation and temperature, as a drought develops. The spatial study of the results will define the extent of each drought analyzed.

—End of the English version—



LITERATURA CITADA

- Bobée, B., and F. Ashkar. 1991. The Gamma Family and Derived Distributions Applied in Hydrology. Water Resources Publications. Littleton, Colorado, U.S.A. 203 p.
- Buishand, T. A. 1982. Some methods for testing the homogeneity of rainfall records. J. Hydrol. 58: 11-27.

- Cacciamani, C., A. Morgillo, S. Marchesi, and V. Pavan. 2007. Monitoring and forecasting drought on a regional scale: Emilia-Romagna region. *In*: Rossi, G., T. Vega, and B. Bonaccorso (eds). *Methods and Tools for Drought Analysis and Management*. Springer. Dordrecht, The Netherlands. pp: 29-48.
- Campos A., D. F. 2002. Estimación de la ETP en la República Mexicana con base en el método de Penman. Primera parte: Teoría y datos utilizados. *In*: Memoria del XVII Congreso Nacional de Hidráulica. 18-22 de noviembre. Monterrey, N. L., México. pp: 377-382.
- Campos A., D. F. 2005. Anexo B. FDP Gamma Mixta. *In*: *Agroclimatología Cuantitativa de Cultivos*. Editorial Trillas. México, D. F. pp: 267-281.
- Campos A., D. F. 2012. Estimación de la severidad de sequías ambientales mediante registros de lluvia mensual. *Tecnología y Ciencias del Agua III*: 123-130.
- Davis, P. J. 1965. Gamma Function and related functions. *In*: Abramowitz, M., and I. Stegun (ed). *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications. New York, U.S.A. pp: 253-296.
- Dogan, S., A. Berkay, and V. P. Singh. 2012. Comparison of multi-monthly rainfall-based drought severity indices, with application to semi-arid Konya closed basin, Turkey. *J. Hydrol.* 470-471: 255-268.
- Edwards, D. C., and T. B. McKee. 1997. Characteristic of 20th century drought in the United States at multiple timescales. *Climatology Report No. 97-2*. Colorado State University. Fort Collins, Colorado, U.S.A. 155 p.
- Gocic, M., and S. Trajkovic. 2014. Spatio-temporal characteristics of drought in Serbia. *J. Hydrol.* 510: 110-123.
- Guttman, N. B. 1999. Accepting the standardized precipitation index: A calculation algorithm. *J. Amer. Water Resources Assn.* 35(2): 311-322.
- Haan, C. T. 1977. *Statistical Methods in Hydrology*. The Iowa State University Press. Ames, Iowa, U.S.A. 378 p.
- Hargreaves, G. H., and Z. A. Samani. 1991. *Irrigation Scheduling-Programación del Riego*. Manual Bilingüe. Editts. Las Cruces, Nuevo Mexico, U.S.A. 86 p.
- Hosking, J. R., and J. R. Wallis. 1997. *Regional Frequency Analysis. An Approach Based on L-moments*. Cambridge University Press. Cambridge, England. 224 p.
- Kite, G. W. 1977. *Frequency and Risk Analysis in Hydrology*. Water Resources Publications. Fort Collins, Colorado, U.S.A. 224 p.
- Machiwal, D., and M. K. Jha. 2012. *Hydrologic Time Series Analysis: Theory and Practice*. Springer. Dordrecht, The Netherlands. 303 p.
- Mawdsley, J., G. Petts, and S. Walker. 1994. *Assessment of drought severity*. Occasional Paper No. 3. British Hydrological Society. London, England. 41 p.
- McKee, T. B., N. J. Doesken, and J. Kleist. 1993. The relationship of drought frequency and duration to times scales. *In*: 8th. Conference on Applied Climatology, Anaheim, California, U.S.A. pp: 179-184.
- Mirakbari, M., A. Ganji, and R. Fallah. 2010. Regional bivariate frequency analysis of meteorological droughts. *J. Hydrol. Eng.* 15(12): 985-1000.
- Rao, A. R., and K. H. Hamed. 2000. *Flood Frequency Analysis*. CRC Press. Boca Raton, Florida, U.S.A. 350 p.
- Sadri, S., and D. H. Burn. 2014. Copula-based pooled frequency analysis of droughts in the Canadian Prairies. *J. Hydrol. Eng.* 19(2): 277-289.
- Sanz R., R., J. C. Douriet C., A. Ravelo, y V. J. Ornelas S. 2012. Monitoreo de la sequía 2011-2012, en la RH10-OCPN. *In*: Memoria del XXII Congreso Nacional de Hidráulica. 7-9 de noviembre. Acapulco, Guerrero, México.
- Sene, K. 2010. *Hydro-meteorology. Forecasting and Applications*. Springer. Dordrecht, The Netherlands. 355 p.
- Stedinger, J. R., R. M. Vogel, and E. Foufoula-Georgiou. 1993. Frequency analysis of extreme events. *In*: Maidment, D. R. (ed). *Handbook of Hydrology*. McGraw-Hill, Inc. New York, U.S.A. pp: 18.1-18.66.
- Tsakiris, G., D. Tigkas, H. Vangelis, and D. Pangalou. 2007. Regional drought identification and assessment. *In*: Rossi, G., T. Vega, and B. Bonaccorso (eds). *Methods and Tools for Drought Analysis and Management*. Springer. Dordrecht, The Netherlands. pp: 169-191.
- Tsakiris, G., and H. Vangelis. 2005. Establishing a drought index incorporating evapotranspiration. *European Water* 9: 3-11.
- Velasco V., I. 2002. *Plan de preparación para afrontar sequías en un Distrito de Riego*. Tesis doctoral. Facultad de Ingeniería de la UNAM. Campus Morelos. pp: 188-195.
- WRC (Water Resources Council). 1977. *Guidelines for Determining Flood Flow Frequency*. Bulletin # 17 A of the Hydrology Committee. Washington, D. C., U.S.A. Revised edition.
- WMO (World Meteorological Organization). 1971. Annexed III: Standard tests of significance to be recommended in routine analysis of climatic fluctuations. *In*: *Climatic Change*. Technical Note No. 79. Secretariat of the WMO. Geneva, Switzerland. Reprinted. pp: 58-71.
- Zelen, M., and N. C. Severo. 1965. Probability functions. *In*: Abramowitz, M., and I. Stegun (ed). *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications. New York, U.S.A. pp: 925-995.